

עבודת קיץ לעולים לכיתה י' 4 יח"ל במתמטיקה

מצ"ב עבודה במתמטיקה שיש להכין עד לפתיחת שנה"ל.

את העבודה יש לרשום בצורה מסודרת ובכתב ברור. יש להתחיל כל תת נושא ונושא (כותרות בצבע תכלת וצהוב) בעמוד חדש. בתרגילים עם שרטוט יש להעתיק אותו, בתרגילים אלגבריים יש להעתיק את המשוואה/משוואות/א"ש/ביטוי/... טרם הפתרון. תשובה מלאה חייבת לכלול דרך והסברים. שימו לב כי לחלק מהשאלות צירפנו הסברים מקדימים על הנושאים וכן תשובות סופיות שתוכלו לבדוק את עצמיכם.

בתחילת שנת הלימודים הבאה יתקיים מבחן אשר יכלול בחלקו את הנושאים הנכללים

בעבודה זו.

נושאי הלימוד והעבודה:

- **טכניקה אלגברית** (פתרון מע' משוואות, פירוק לגורמים (הוצאת גורם משותף, נוסחאות כפל מקוצר, טרינום), משוואות ממעלה שנייה (כולל פירוק לגורמים ונוסחת שורשים), אי שוויונות ממעלה שנייה, חזקות וביטויים עם שברים אלגבריים, משוואות עם שברים אלגבריים.
- **פונקציות** (פרבולות, כלליות)
- **גאומטריה** (משולשים (ישר זווית ושווה שוקיים), מרובעים (דלתון, מקבילית, מלבן, מעוין, ריבוע).

בהצלחה! ☺

צוות מתמטיקה

טכניקה אלגברית

מערכת משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה

1. פתרו את מערכות המשוואות הבאות בשיטת ההצבה:

כתבו תשובה סופית כנקודה (x, y)

| | | | |
|--|--|---|--|
| $\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ y = -x - 8 \end{cases} \quad (\text{א})$ | $\begin{cases} 6x - 10y = 42 \\ y = -3 \end{cases} \quad (\text{ב})$ | $\begin{cases} 7x + 3y = 25 \\ y = 6 \end{cases} \quad (\text{א})$ | |
| $\begin{cases} y = -x - 8 \\ y = 5x + 10 \end{cases} \quad (\text{ו})$ | $\begin{cases} -2x + y = 8 \\ x = 3 + 4y \end{cases} \quad (\text{ה})$ | $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ y = 8 - 3x \end{cases} \quad (\text{ד})$ | |

2. פתרו את מערכות המשוואות הבאות בשיטת השוואת מקדמים:

כתבו תשובה סופית כנקודה (x, y)

| | | | |
|---|---|---|--|
| $\begin{cases} -6x + 4y = 58 \\ -6x - 2y = 16 \end{cases} \quad (\text{א})$ | $\begin{cases} 6x + y = -4 \\ 4x + 6y = 24 \end{cases} \quad (\text{ב})$ | $\begin{cases} 3x - 3y = -12 \\ 4x - 7y = -28 \end{cases} \quad (\text{א})$ | |
| $\begin{cases} 3x + y - 12 = 3y \\ x + y = 14 \end{cases} \quad (\text{ו})$ | $\begin{cases} 10 + 2(2x + y) = x + 17 \\ 3x = y + 10 \end{cases} \quad (\text{ה})$ | $\begin{cases} 5x + 4y = -16 \\ 4x - 5y = 20 \end{cases} \quad (\text{ד})$ | |

חוק הפילוג, נוסחאות הכפל המקוצר ופירוק לגורמים

חלק א' – חוק הפילוג ונוסחאות הכפל המקוצר

פתחו סוגריים, העזרו בחוק הפילוג המורחב או בנוסחאות הכפל המקוצר

| | |
|--|------------------------------|
| $(a + b)(c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$ | חוק הפילוג המורחב - |
| $(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$ | נוסחאות הכפל המקוצר - |
| $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$ | |
| $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ | |

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|--------------------|
| 1. $(a + 2)(a + 3) =$ | 6. $(x + 1)(x - 1) =$ | 12. $(x + 1)^2 =$ |
| 2. $(x + 6)(x + 1) =$ | 7. $(x + 2)(x - 2) =$ | 13. $(x - 4)^2 =$ |
| 3. $(5 + x)(x - 1) =$ | 8. $(x + 3)(x - 3) =$ | 14. $(8 + a)^2 =$ |
| 4. $(5a + 2)(a + 3) =$ | 9. $(4 + a)(4 - a) =$ | 15. $(2x + 1)^2 =$ |
| 5. $(2x - 3)(3x + 1) =$ | 10. $(2x + 1)(2x - 1) =$ | 16. $(3x - 2)^2 =$ |
| | 11. $(3x + 2)(3x - 2) =$ | 17. $(5x - 3)^2 =$ |

חלק ב' - פתרון משוואות באמצעות פירוק לגורמים

פתרו את המשוואות באמצעות פירוק לגורמים, העזרו בהוצאת גורם משותף או בנוסחאות הכפל המקוצר

1. $x^2 - 25 = 0$

5. $x^2 + 6x + 9 = 0$

9. $x^2 + 10x = 0$

2. $a^2 - 9 = 0$

6. $x^2 + 8x + 16 = 0$

10. $5x - x^2 = 0$

3. $16 - x^2 = 0$

7. $25 - 10a + a^2 = 0$

11. $x^2 - 6x = 0$

4. $9x^2 - 4 = 0$

8. $x^2 - 6x + 9 = 0$

12. $2x^2 + 8x = 0$

משוואות ריבועיות לא מסודרות

זכרו שבנוסחת שורשים משתמשים כאשר לא ניתן לפרק לגורמים, אז חפשו קודם גורם משותף, כפל מקוצר וטרינום.

פתרו את המשוואות הבאות:

(תשובה: 2, 3)

1. $2x^2 - 3x + 6 = x^2 + 2x$

(תשובה: 5, -6)

2. $5x^2 + x - 18 = 4x^2 + 12$

(תשובה: -6)

3. $3x^2 + 8x + 12 = 2x^2 - 4x - 24$

(תשובה: 0.5)

4. $-x + 3x^2 - 7x - x^2 = 5 + 2x^2 - 2x - 8$

(תשובה: -1)

5. $6x + 6 + 5x^2 = 2x^2 - 9x - 1 + 3x^2 - 8$

(תשובה: 0, -3.5)

6. $1 - 5x + 4 = 4x^2 + 5 + 9x$

(תשובה: 2, -5)

7. $(3 - x)(x + 6) = 8$

(תשובה: -3, -5)

8. $(x + 2)^2 = (2x + 7)^2$

(תשובה: 11, -1)

9. $(x + 7)(x - 1) = 4(4x + 1)$

(תשובה: 9, 1)

10. $5 - x(x - 3) = 7(2 - x)$

(2, 3)

11. $x^2 + 6 = 5x$

(4, -4)

12. $5x^2 + 20 = 3x^2 + 52$

$(4\frac{1}{3}, 0)$

13. $5x^2 + 8x - 1 = 8x^2 - 5x - 1$

(אין פתרון)

14. $4x^2 + 20 = 2x^2 + 6$

(1)

15. $20 = x^2 - 2x + 21$

(7, -1)

16. $x(x - 6) = 7$

(3, -14)

17. $(x + 4)(x + 7) = 70$

(0, -1)

18. $(x + 1)^2 = 1 - x^2$

(1, 5)

19. $(2x - 3)^2 = x(x + 6) - 6$

(-2, -4)

20. $3(x + 2)^2 = (x - 2)(x + 2)$

(8, -4)

21. $44 - (x - 4)^2 = (x - 6)(x + 6)$

(0, 2)

22. $(3x - 1)^2 - 2(2x + 1) = (2x - 1)(2x + 1)$

חזקות ושברים אלגבריים

שאלה 1

מכפלה של בסיסים שווים $a^n \cdot a^p = a^{n+p}$

1. $5^2 \cdot 5^3 =$

3. $\left(\frac{x}{y}\right)^4 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^5 =$

5. $(ab)^5 \cdot (ab)^3 =$

2. $2^{21} \cdot 2^8 \cdot 2 =$

4. $a^2 \cdot a^3 =$

6. $(a+1)^2 \cdot (a+1)^n$

שאלה 2

מנה של בסיסים שווים $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

1. $\frac{(-2)^3}{(-2)^2} =$

3. $\frac{(3x)^5}{(3x)} =$

5. $\frac{6^4 c^4}{(-6)^2 c^2} =$

2. $\frac{5^{23}}{5^{20}} =$

4. $\frac{-k \cdot (-k)^4}{(-k)^3} =$

6. $\frac{4a^2}{a^m} =$

שאלה 3

העלאת חזקה בחזקה $(a^n)^p = a^{n \cdot p}$

1. $(2^3)^4 \cdot 2^3 =$

3. $3^8 = 9^?$

5. $(b^8)^2 \cdot \frac{(b^3)^7}{(b^7)^2} =$

2. $\frac{a^3 \cdot (a^4)^2}{(a^2)^3} =$

4. $2^{15} = 8^?$

6. $\frac{a^8 \cdot (a^2)^5}{((-a)^2)^3} =$

שאלה 4

מכפלת / מנת בסיסים שונים $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ / $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

1. $\left(\frac{1}{2}\right)^{19} \cdot 3^{19} \cdot 2^{19} =$

3. $\frac{(x+2)^4 \cdot 6^6}{(2+x)^2} =$

5. $\frac{(a^3 \cdot b^4 \cdot c^5)^3}{(a \cdot b^3 \cdot c^2)^3} =$

2. $(2a)^7 \cdot 2^3 \cdot a^3 =$

4. $\frac{x^4 \cdot y^4 \cdot z^4}{(xyz)^4} =$

6. $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2} =$

שאלה 5

פשטו את השברים הבאים:

1. $\frac{(a^2 b^4)^5 (a^7 b^6)^2}{(a^6 b^8)^2 (a^3 b^4)^4} =$

3. $\left(\frac{a^5 b^7}{a^3 b^6}\right)^4 =$

2. $\frac{(-4mx^4 y)^2 \cdot 3m^{10} x^9 y^5}{(2m^3 x^4 y)^4} =$

4. $\left(\frac{5m^2 \cdot m \cdot (p^2)^2}{2m^3 p^4}\right)^2 =$

משוואות עם שברים אלגבריים

שאלה 1

פתרו את המשוואה, רשמו תחום הצבה: $\frac{3}{x+3} - 7 = \frac{3x}{2x+6} - \frac{1}{x+3}$

שאלה 2

פתרו את המשוואה הבאה: $\frac{3x-4}{8x} = \frac{x}{3x+4}$

שאלה 3

פתרו את המשוואה. בדקו את תחום ההצבה. $\frac{x}{x-2} - \frac{4}{x^2-2x} + \frac{1}{x} = 0$

שאלה 4

פתרו את המשוואה הבאה, רשמו תחום הצבה: $\frac{2x}{x^2-9} + \frac{x}{4x+12} = \frac{1}{x-3}$

אי שוויוניות ריבועים

- שלב 1 – מציאת נק' אפס פרבולה
 שלב 2 – קביעה פרבולה ישרה (מחייכת) או הפוכה (בוכה)
 שלב 3 – שרטוט פרבולה באמצעות שני השלבים הקודמים
 שלב 4 – קביעת סוג תחום מבוקש (חיוביות/שליליות/אי-חיוביות/אי-שליליות) וצביעתו בגרף
 שלב 5 – רישום התחום המבוקש (תשובה סופית)

פתרו את אי השוויונות הבאים לפי השלבים שתוארו לעיל.

| | | | |
|------------------------|----|-------------------------|---|
| $x^2 - 9x \geq 0$ | ז | $x^2 - 5x - 14 \leq 0$ | א |
| $-x^2 + 4 > 0$ | ח | $x^2 - 5x - 14 > 0$ | ב |
| $x^2 - 4x - 12 \leq 0$ | ט | $3x^2 - 2x - 5 > 0$ | ג |
| $-x^2 - 7x + 8 < 0$ | י | $3x^2 - 2x - 5 \leq 0$ | ד |
| $-x^2 + 8x - 16 < 0$ | יא | $-2x^2 + 5x + 3 \leq 0$ | ה |
| $x^2 + 6x + 10 \leq 0$ | יב | $-2x^2 + 5x + 3 > 0$ | ו |

פונקציות

הפונקציה הריבועית

שאלה 1

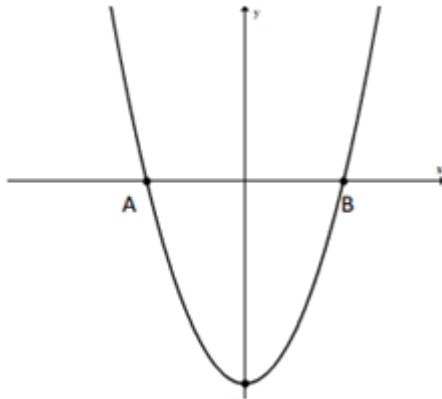
נתונה הפונקציה $f(x) = (x - 2)^2 - 5$.

כדי להגיע לפונקציה $g(x) = (x + 1)^2 + 1$ צריך:

- ללכת שמאלה 3 יח' ולרדת 6 יח'.
- ללכת שמאלה 3 יח' ולעלות 6 יח'.
- ללכת ימינה 3 יח' ולעלות 6 יח'.
- ללכת ימינה 3 יח' ולרדת 6 יח'.

שאלה 2

במערכת הצירים משורטט גרף הפונקציה $y = x^2 - 9$ ומסומנות הנקודות A, B, C.



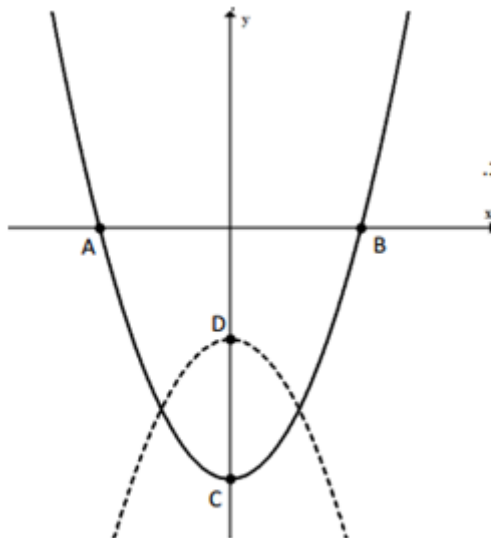
ענו על השאלות:

א. מהם שיעורי הנקודה C, נקודת הקודקוד של הפרבולה?

ב. מהם שיעורי הנקודות A, B?

ד. שרטטו את הקטעים AC, AB וחשבו את

שטח המשולש ABC.



ה. במערכת הצירים משורטט גרף של פונקציה נוספת. הגרף המקווקו חותך את ציר y בנקודה D.

ידוע ש $CD = 5$ יח'.

איזו משוואה היא משוואת הפונקציה?

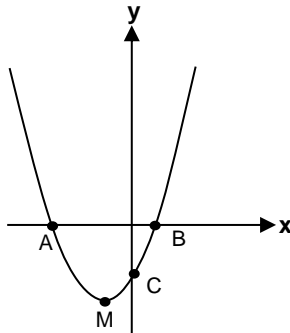
i. $y = x^2 - 5$

ii. $y = -x^2 - 5$

iii. $y = -x^2 - 4$

iv. $y = x^2 - 4$

שאלה 3



לפניכם גרף של הפונקציה $f(x) = x^2 + 4x - 5$.

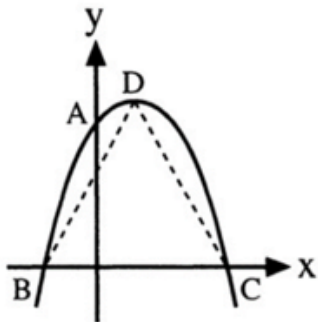
(א) אילו מהנקודות הבאות נמצאות על גרף הפונקציה?

- (1) (1, 0) (2) (1, -5)
 (3) (-1, 0) (4) (-4, -5)

(ב) מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C ו-M.

(ג) באיזה תחום הפונקציה עולה ובאיזה תחום היא יורדת?

שאלה 4



בציור מתואר גרף הפרבולה $y = -(x - 1)^2 + 16$.

א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.

(D- קודקוד הפרבולה)

ב. חשבו את שטח המשולש DBC.

ג. האם יכול ערך הפרבולה להיות שווה ל-18? נמקו.

שאלה 5

עבור כל אחת מהפונקציות הבאות ענו על הסעיפים המצורפים.

$f(x) = -x^2 + 8x - 15$, $g(x) = (x - 2)^2 + 5$, $y = -x^2 + 9$, $h(x) = x^2 + 6x + 10$.

(א) האם הפרבולה ישרה ("מחייכת") או הפוכה ("בוכה")?

(ב) מצאו את השיעורים של קודקוד הפרבולה.

(ג) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-Y.

(ד) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-X.

(ה) שרטטו את גרף הפונקציה על גבי מערכת צירים.

(ו) מצאו את תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפרבולה.

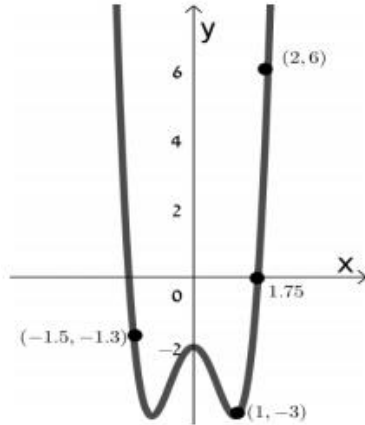
(ז) קבעו מהו ציר הסימטריה של הפרבולה, וציירו אותו על גבי השרטוט בסעיף ו'.

(ח) כמה נקודות חיתוך יש לפונקציה עם הישר $y=9$.



פונקציות כלליות

שאלה 1



- לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.
- איזו סימטריה יש לגרף הפונקציה?
 - האם הפונקציה זוגית או אי זוגית?
 - הנקודה $(2,6)$ שייכת לגרף הפונקציה $f(x)$. איזוהי הנקודה הסימטרית לה על הגרף?
 - רשמו על פי הסרטוט שלושה זוגות נוספים של נקודות סימטריות זו לזו.
 - בכל אחד מהסעיפים הבאים סמנו בעיגול את השוויון הנכון עבור הפונקציה הנתונה:

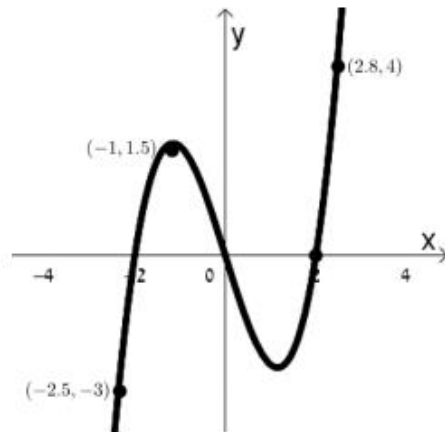
$$1. \quad f(4) = -f(4) \quad 2. \quad f(x_1) = -f(x_1)$$

$$f(4) = f(-4) \quad f(x_1) = f(-x_1)$$

$$f(4) = f(-4) + 1 \quad f(x_1) = f(-x_1) - 1$$

- הנקודה (a, b) שייכת לגרף הפונקציה $f(x)$. איזו נקודה מהנקודות הבאות $(a, -b)$; $(-a, -b)$; $(-a, b)$ שייכת גם היא לגרף הפונקציה?

שאלה 2



- לפניכם גרף הפונקציה $g(x)$.
- איזו סימטריה יש לגרף הפונקציה?
 - האם הפונקציה זוגית או אי זוגית?
 - הנקודה $(-1,1.5)$ שייכת לגרף הפונקציה $g(x)$. איזוהי הנקודה הסימטרית לה על הגרף?
 - רשמו על פי הסרטוט שלושה זוגות נוספים של נקודות הסימטריות זו לזו.
 - בכל אחד מהסעיפים הבאים סמנו בעיגול את השוויון הנכון עבור הפונקציה הנתונה:

$$1. \quad g(3) = -g(3) \quad 2. \quad g(a) = -g(a)$$

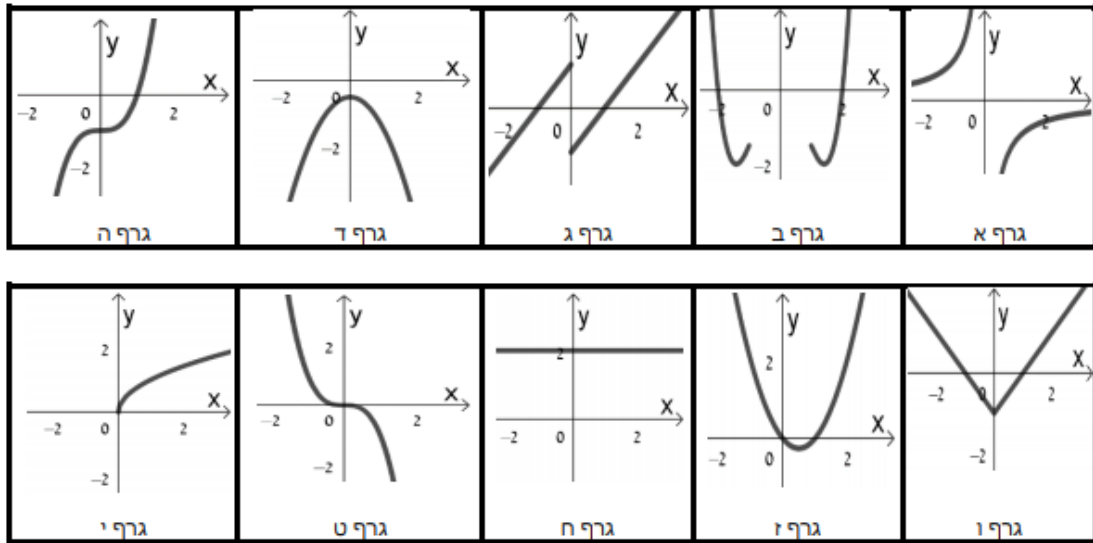
$$g(3) = -2g(-3) \quad g(a) = -g(-a)$$

$$g(3) = -g(-3) \quad g(a) = -3g(-a)$$

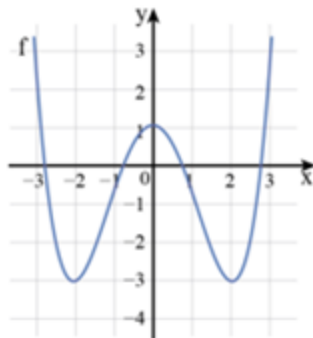
- הנקודה (a, b) שייכת לגרף הפונקציה $g(x)$. איזו נקודה מהנקודות הבאות $(a, -b)$; $(-a, b)$; $(-a, -b)$ שייכת גם היא לגרף הפונקציה?

שאלה 3

לפניכם גרפים של עשר פונקציות. התבוננו בסרטוטים וקבעו אילו הן הפונקציות הזוגיות, אילו אי זוגיות ואילו פונקציות אינן זוגיות ואינן אי זוגיות.



שאלה 4



לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$, בתחום $-3 \leq x \leq 3$.

א. איך ייראה גרף הפונקציה $g(x) = f(x) + 2$?
 הגרף יוזד ב-2 יחידות בכיוון: ימין / שמאל / מעלה / מטה?

ב. איך ייראה גרף הפונקציה $h(x) = f(x) - 3$?
 הגרף יוזד ב-3 יחידות בכיוון: ימין / שמאל / מעלה / מטה?

ג. כתבו את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן.
 ד. כתבו את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.

שאלה 5

עבור אותה הפונקציה $f(x)$ משאלה 4 ענו על הסעיפים הבאים:

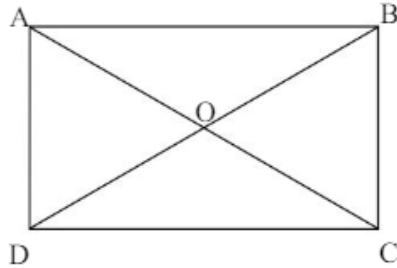
א. איך ייראה גרף הפונקציה $g(x) = f(x+2)$?
 הגרף יוזד ב-2 יחידות בכיוון: ימין / שמאל / מעלה / מטה?

ב. איך ייראה גרף הפונקציה $h(x) = f(x-3)$?
 הגרף יוזד ב-3 יחידות בכיוון: ימין / שמאל / מעלה / מטה?

ג. כתבו את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן.
 ד. כתבו את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.

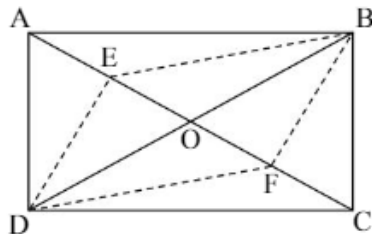
גיאומטריה

שאלה 1



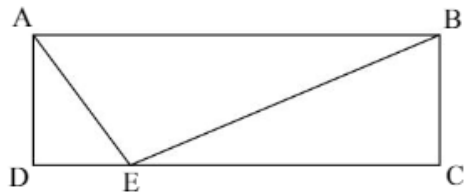
- נתונה המקבילית ABCD שאלכסוניה נחתכים בנקודה O. המשולש $\triangle ADO$ הוא שווה צלעות.
- חשבו את הזווית $\angle COD$.
 - נתון: המשולש $\triangle CDO$ הוא שווה שוקיים. חשבו את הזווית $\angle CDO$.
 - הוכיחו: המרובע ABCD הוא מלבן.

שאלה 2



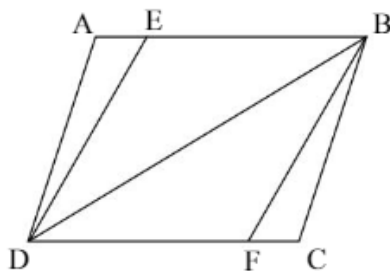
- אלכסוני המלבן ABCD נחתכים בנקודה O.
- הוכיחו: $\angle CBO = \angle ADO$.
 - הישרים DE ו-BF הם בהתאמה חוצי הזווית $\angle CBO$ ו- $\angle ADO$ כמתואר בשרטוט. הוכיחו: $DE = BF$.
 - הוכיחו: המרובע BEDF הוא מקבילית.

שאלה 3



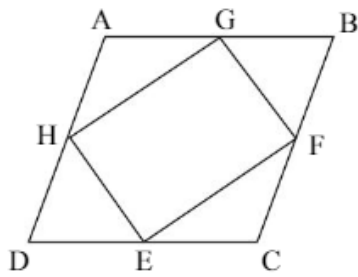
- הנקודה E נמצאת על הצלע CD במלבן ABCD. נתון: $BC = 20$ ס"מ, $AE = 25$ ס"מ, $BE = 52$ ס"מ.
- חשבו את היקף המשולש $\triangle ABE$.
 - קבעו האם המשולש $\triangle ABE$ ישר זווית.

שאלה 4



- הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-CD במקבילית ABCD כמתואר בשרטוט.
- נתון: $\angle CBF = \angle ADE$.
- הוכיחו: $\triangle CFB \cong \triangle AED$.
 - נתון: האלכסון BD חוצה את הזווית $\angle EBF$. הוכיחו: המרובע BEDF הוא מעויץ.
 - נתון: $\angle CBF = 20^\circ$, $\angle BCF = 100^\circ$. חשבו את הזווית $\angle BDE$.

שאלה 5



הנקודות E, F, G, ו-H הן אמצעי הצלעות במעוין ABCD
 כמתואר בשרטוט. הוכיחו:

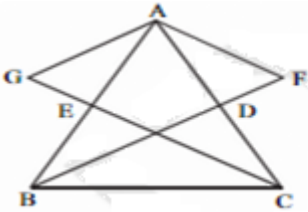
א. $\triangle CEF \cong \triangle AGH$.

ב. $\triangle BGF \cong \triangle DEH$.

ג. $HG \perp FG$.

ד. המרובע HGFE הוא מלבן.

שאלה 6



CE ו-BD הם חוצי זוויות הבסיס במשולש

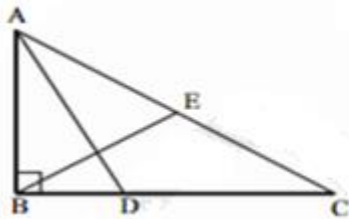
שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).

נתון: $EG = DF$.

א. הוכח: $AG = AF$.

ב. הוכח: אם $AG = AE$, אז $AD = AF$.

שאלה 7



המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).

BE הוא תיכון ליתר AC.

ו-AD חוצה את הזווית BAC.

נתון: $AC = 2AB$. הוכח: $AD \perp BE$.

עבודה נעימה!!!